

## TESTIRANJE RAZLIKA NUMERIČKIH PODATAKA

- razlike mjerenja neke varijable na dvije ili više skupina ispitanika -> nezavisni uzorci
- razlike dva ili više mjerenja neke varijable na istoj skupini ispitanika -> zavisni uzorci

## STUDENTOV T-TEST (t-test za nezavisne uzorke)

### za što se koristi:

- testiranje razlike sredina između **dvije nezavisne** skupine ispitanika

### pod kojim uvjetima:

- varijabla koju testiramo mjerena je **najmanje intervalnom skalom**
- varijabla koju testiramo ima **normalnu razdiobu** u promatranim skupinama
- varijance mjerenja varijable koju testiramo u promatranim skupinama su slične (**homogenost varijanci**)

### test statistika:

$$t = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{SE(\bar{x}_A - \bar{x}_B)}$$

ima Studentovu (t) razdiobu s  $n_A + n_B - 2$  stupnja slobode

uz  $H_0: \mu_A = \mu_B$

$$t = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B)}{SE(\bar{x}_A - \bar{x}_B)}$$

$$SE(\bar{x}_A - \bar{x}_B) = \sqrt{s_{zaj}^2 \left( \frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}$$

standardna pogreška razlike aritmetičkih sredina

$$s_{zaj}^2 = \frac{(n_A - 1)s_A^2 + (n_B - 1)s_B^2}{(n_A - 1) + (n_B - 1)}$$

zajednička varijanca

### test homogenosti varijanci (F-test):

$$F = \frac{s_A^2}{s_B^2}$$

ima F razdiobu s  $n_A - 1, n_B - 1$  stupnjeva slobode

### ako koristimo tablice:

- tablice za F sadrže obično samo desnu stranu distribucije  $\Rightarrow$  u **brojnik stavljamo veću varijancu**

### PRIMJER

Provedeno je istraživanje razine kolesterola u ispitanika s preboljelim infarktomiokarda i zdravih ispitanika. U istraživanju je sudjelovalo 28 bolesnika i 30 kontrolnih ispitanika.

Mjerenjem su dobiveni sljedeći rezultati (mg/dl):

#### Bolesnici

270	236	210	250	280	272	232
220	226	242	186	266	206	282
294	282	234	224	276	282	306
260	280	278	288	288	244	236

#### Kontrola

196	232	200	242	206	178
184	198	160	182	182	198
182	238	198	188	166	204
182	178	212	164	230	186
162	182	218	170	200	176

### Opis varijabli

Kolesterol:

- numerička varijabla, omjerna ljestvica

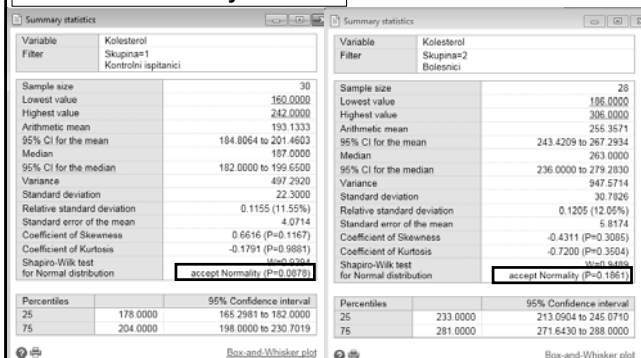
SKUPINA (Ispitivana skupina):

- kategorijska varijabla, nominalna ljestvica
- 1-kontrolni ispitanici
- 2-bolesnici

- ispitati normalnost raspodjele kolesterola u svakoj skupini
- ispitati mjere sredine, raspršenja i oblika za kolesterol u svakoj skupini

### Opisna statistika i testiranje normalnosti – MedCalc (skupine posebno)

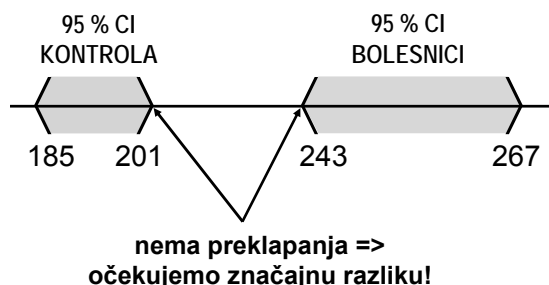
Statistics-> Summary statistics



### Opisna statistika i testiranje normalnosti – MedCalc (skupine zajedno)

Statistics-> Create tables -> Summary statistics table...

Skupina	Kolesterol	
	kontrola 1	bolesnici2
N	30	28
Mean	193.133	255.357
95% CI	184.806 to 201.460	243.421 to 267.293
SD	22.3000	30.7826
Minimum	160.000	186.000
Maximum	242.000	306.000
25 - 75 P	178.000 to 204.000	233.000 to 281.000
Normal Distr.	0.0878	0.1861



## Testiranje razlika – MedCalc - rezultati

Statistics->T-tests-> Independent samples t-test...

Independent samples t-test		
Sample 1		
Variable	Kolesterol	
Filter	Skupina=1 Kontrolni ispitanici	
Sample 2		
Variable	Kolesterol	
Filter	Skupina=2 Bolesnici	
	Sample 1	Sample 2
Sample size	30	28
Arithmetic mean	193.1333	255.3571
95% CI for the mean	184.8064 to 201.4603	243.4209 to 267.2934
Variance	497.2920	947.5714
Standard deviation	22.3000	30.7826
Standard error of the mean	4.0714	5.8174
F-test for equal variances	varijance su slične	P = 0.092

13

## Testiranje razlika – MedCalc - rezultati

T-test (assuming equal variances)

Difference	62.2238
Standard Error	7.0233
95% CI of difference	48.1544 to 76.2932
Test statistic t	8.860
Degrees of Freedom (DF)	56
Two-tailed probability	odbaci $H_0$ (značajna razlika) P < 0.0001

Welch-test (assuming unequal variances)

Difference	62.2238
Standard Error	7.1006
95% CI of difference	47.9547 to 76.4930
Test statistic t(d)	8.763
Degrees of Freedom (DF)	49.0
Two-tailed probability	P < 0.0001

MF Medicinski fakultet Osijek  
Katedra za medicinsku statistiku i medicinsku informatiku

14

## Izveštavanje rezultata – u tekstu

"Vrijednosti kolesterola bile su veće u skupini bolesnika u odnosu na kontrolnu skupinu ispitanika (razlika 62 mg/dl, 95% raspon pouzdanosti razlike od 48 mg/dl do 76 mg/dl, Studentov t-test, P < 0,001)."

ili

"Vrijednosti kolesterola bile su veće u skupini bolesnika u odnosu na kontrolnu skupinu ispitanika (razlika 62 mg/dl, 95% raspon pouzdanosti razlike od 48 mg/dl do 76 mg/dl, t = 8,860, 56 stupnjeva slobode, P < 0,001)."

MF Medicinski fakultet Osijek  
Katedra za medicinsku statistiku i medicinsku informatiku

15

## Izveštavanje rezultata – u tablici

"Vrijednosti kolesterola bile su veće u skupini bolesnika u odnosu na kontrolnu skupinu ispitanika (razlika 62 mg/dl, 95% raspon pouzdanosti razlike od 48 mg/dl do 76 mg/dl, Studentov t-test, P < 0,001) (Tablica X)."

Tablica X. Vrijednost kolesterola u skupinama bolesnika i kontrolnih ispitanika

Skupina	Broj ispitanika	Kolesterol (u mg/dl)				P*
		Aritmetička sredina (standardna devijacija)	Razlika	95% raspon pouzdanosti		
				Od	Do	
Bolesnici	28	255 (31)	62	48	76	< 0,001
Kontrolna	30	193 (22)				

\* Studentov t-test

## za što se koristi:

- testiranje razlike sredina između **dvije zavisne** skupine ispitanika (ponavljana mjerenja na istim ispitanicima)

## pod kojim uvjetima:

- razlike parova vrijednosti mjerene su **najmanje intervalnom skalom**
- razlike parova vrijednosti imaju **normalnu razdiobu**

## T-TEST DIFERENCIJA (t-test za zavisne uzorke)

MF Medicinski fakultet Osijek  
Katedra za medicinsku statistiku i medicinsku informatiku

17

MF Medicinski fakultet Osijek  
Katedra za medicinsku statistiku i medicinsku informatiku

18

### test statistika:

$$t = \frac{\bar{d} - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{s_d^2}{n}}}$$

ima Studentovu (t) razdiobu s n-1 stupnjeva slobode

uz  $H_0: \mu_A = \mu_B$

$$t = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{s_d^2}{n}}}$$

$$\bar{d} = \bar{x}_A - \bar{x}_B$$

srednja razlika

$$s_d^2 = \frac{\sum_i (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$$

varijanca razlike

### PRIMJER

Ispitivan je utjecaj alkohola na vrijeme reakcije vozača. Izvršeno je mjerenje vremena reakcije 10 vozača na standardne zadatke prije i nakon konzumacije određene količine alkohola.

### Mjerenjem su dobiveni sljedeći rezultati:

	prije	poslije
1	0,68	0,73
2	0,64	0,66
3	0,68	0,66
4	0,82	0,92
5	0,58	0,68
6	0,80	0,87
7	0,72	0,77
8	0,65	0,70
9	0,84	0,88
10	0,73	0,79

### Opis varijabli

T1 (prije), T2 (poslije):

– numeričke, omjerna ljestvica

#### kreirati novu varijablu nakon-prije (T2 – T1):

- ispitati normalnost

#### za obje varijable (T1, T2):

- ispitati mjere sredine, raspršenja i oblika

### Opisna statistika i testiranje normalnosti-MedCalc (varijable posebno)

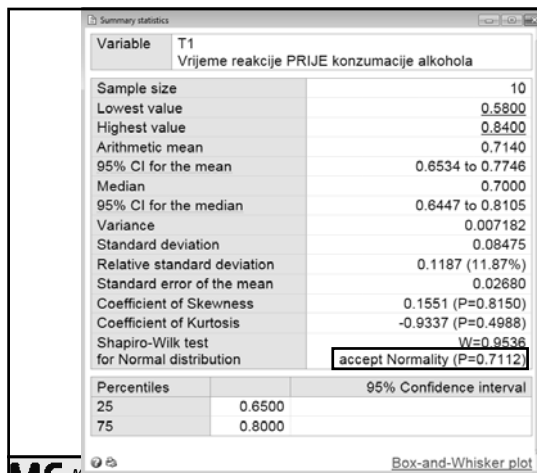
Statistics-> Summary statistics....

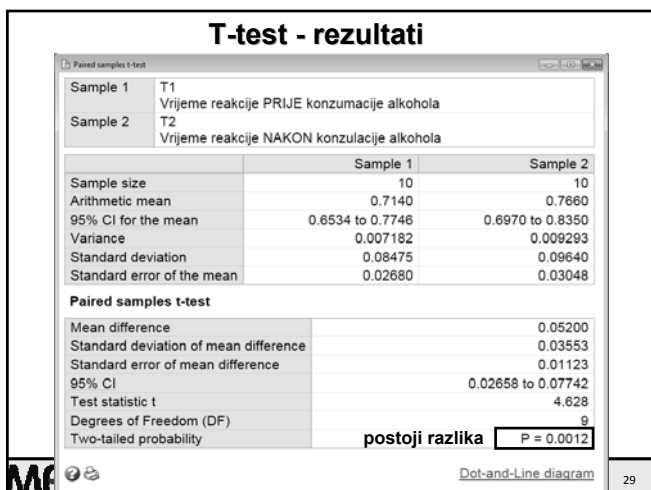
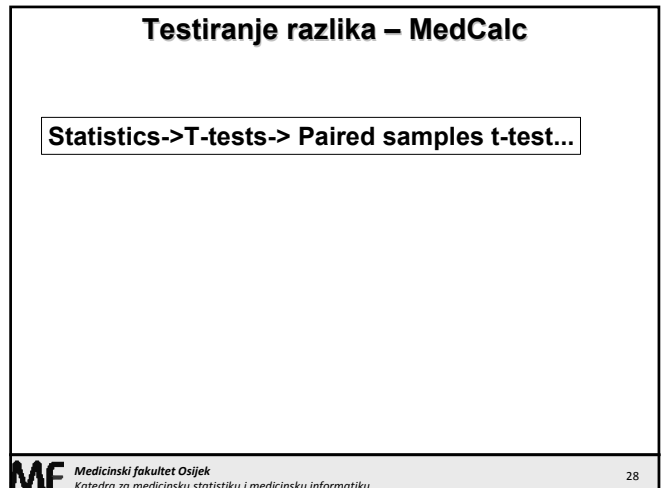
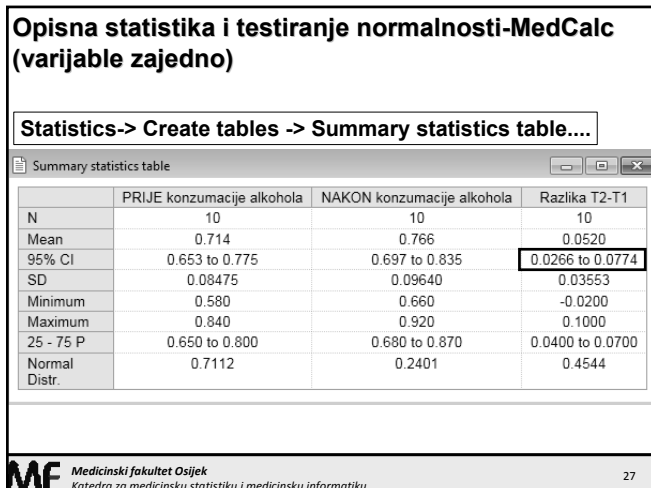
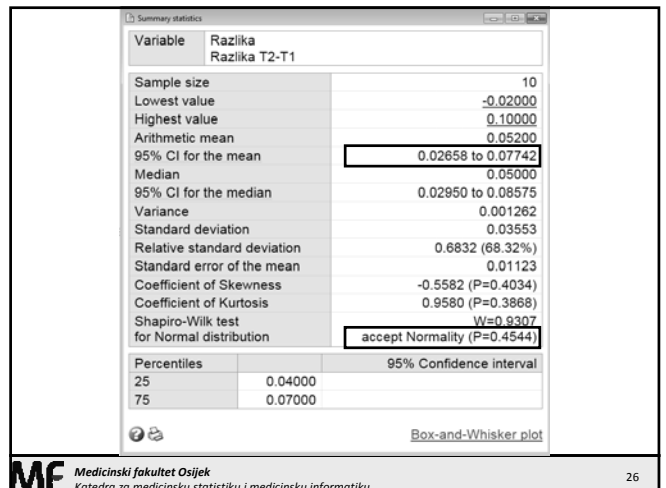
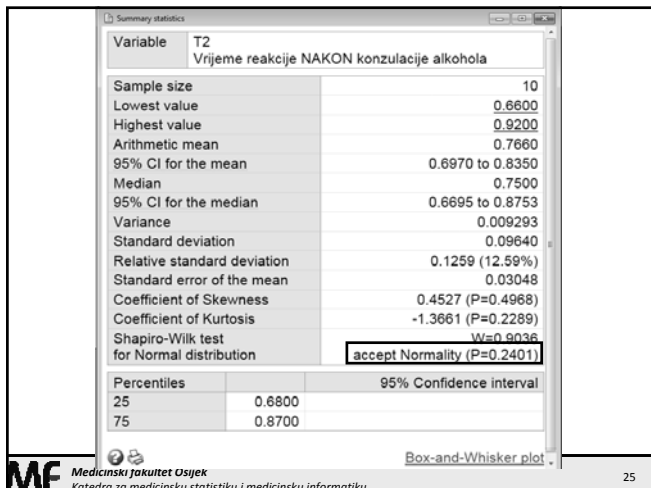
varijable:

T1

T2

T2 – T1





**Izveštavanje rezultata**

"Vrijeme reakcije vozača nakon konzumacije alkohola bilo je dulje nego prije konzumacije alkohola (srednja razlika 0,052 s, 95% raspon pouzdanosti razlike od 0,027 s do 0,077 s; t-test za zavisne uzorke, P = 0,001)."

ili

"Vrijeme reakcije vozača nakon konzumacije alkohola bilo je dulje nego prije konzumacije alkohola (srednja razlika 0,052 s, 95% raspon pouzdanosti razlike od 0,027 s do 0,077 s; t = 4,628 s 9 stupnjeva slobode, P = 0,001)."

## Izveštavanje rezultata – u tablici

"Vrijeme reakcije vozača nakon konzumacije alkohola bilo je dulje nego prije konzumacije alkohola (srednja razlika 0,052 s, 95% raspon pouzdanosti razlike od 0,027 s do 0,077 s; t-test za zavisne uzorke,  $P = 0,001$ )(Tablica X)."

Tablica X. Vrijeme reakcije vozača prije i nakon konzumacije alkohola (n = 10)

	Vrijeme reakcije				P*
	Aritmetička sredina (standardna devijacija)	Razlika	95% raspon pouzdanosti		
			Od	Do	
Prije konzumacije	0,714 (0,085)	0,052	0,027	0,077	0,001
Nakon konzumacije	0,766 (0,096)				

\* T-test za zavisne uzorke

## JEDNOSMJERNA ANALIZA VARIJANCE (One-way ANOVA)

### za što se koristi:

- testiranje razlike između tri i više skupina

### faktor

- kategorička varijabla prema kojoj su definirane skupine

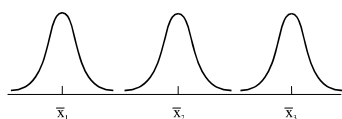
### jednosmjerna analiza varijance

- analiza varijance s jednim faktorom

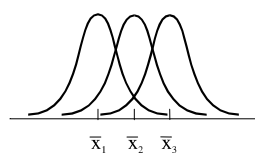
- postupak u kojem donosimo dvije procjene varijance za promatrane grupe (model):
  - procjenu koja odražava **varijabilitet između grupa**
  - procjenu koja odražava **varijabilitet unutar grupa**

### OSNOVNA IDEJA:

- utvrditi je li varijabilitet **između grupa** veći od varijabiliteta **unutar grupa**



VARIJABILITET IZMEĐU GRUPE VEĆI JE OD VARIJABILITETA UNUTAR GRUPE



VARIJABILITET UNUTAR GRUPE VEĆI JE OD VARIJABILITETA IZMEĐU GRUPE

### pretpostavke:

- varijabla koju testiramo mjerena je **najmanje intervalnom skalom**
- varijabla koju testiramo **ima normalnu razdiobu** u promatranim skupinama
- **varijance** mjerenja varijable koju testiramo u promatranim skupinama **su slične** (homogenost varijanci)

**test statistika:**

$$F = \frac{MS_{\text{tretman}}}{MS_{\text{pogreška}}}$$

procjena koja odražava varijabilitet **IZMEĐU** grupa

procjena koja odražava varijabilitet **UNUTAR** grupa

- F ima F razdiobu s k-1, N-k stupnjeva slobode

**PRIMJER**

Bolesnici s uznapredovalim stadijem raka želuca, bronhija i kolona tretirani su novim lijekom. Svrha istraživanja je utvrditi je li preživljavanje bolesnika povezano sa zahvaćenim organom. Vrijeme preživljavanja (u mjesecima) dano je u tablici:

želudac	bronhiji	kolon
11	9	16
6	21	19
5	4	14
7	21	43
20	16	13
7	13	23
23	8	23
7	8	21
10	12	20
21	29	19
12	12	31
18	13	28
20	6	19
	15	13
	12	10
	8	4
	16	17

- nezavisne skupine  
3 skupina , ali **2 varijable:**  
**vrijeme**  
**organ**  
1 – želudac  
2 – bronhiji  
3 – kolon

**Opisna statistika i ispitivanje normalnosti - MedCalc:**

**Statistics-> Summary statistics**

za sve:

**Variable -> vrijeme**

**Test for normal distribution-> Shapiro-Wilk test**

za želudac: **Filter -> organ=1**

za bronhije: **Filter -> organ=2**

za kolon: **Filter -> organ=3**

Variable	Vrijeme
Filter	Vrijeme preživljenja Organ=1 Želudac
Sample size	13
Lowest value	5.0000
Highest value	23.0000
Arithmetic mean	12.8462
95% CI for the mean	8.8617 to 16.8306
Median	11.0000
95% CI for the median	7.0000 to 20.0000
Variance	43.4744
Standard deviation	6.5935
Relative standard deviation	0.5133 (51.33%)
Standard error of the mean	1.8287
Coefficient of Skewness	0.3521 (P=0.5500)
Coefficient of Kurtosis	-1.6977 (P=0.0301)
Shapiro-Wilk test for Normal distribution	W=0.8702 accept Normality (P=0.0526)
Percentiles	95% Confidence interval
25	7.0000 5.0227 to 10.9782
75	20.0000 11.0218 to 22.9548

Variable	Vrijeme
Filter	Vrijeme preživljenja Organ=2 Bronhiji
Sample size	17
Lowest value	4.0000
Highest value	29.0000
Arithmetic mean	13.1176
95% CI for the mean	9.8920 to 16.3433
Median	12.0000
95% CI for the median	8.0161 to 15.9839
Variance	39.3603
Standard deviation	6.2738
Relative standard deviation	0.4783 (47.83%)
Standard error of the mean	1.5216
Coefficient of Skewness	0.9884 (P=0.0729)
Coefficient of Kurtosis	1.2413 (P=0.2209)
Shapiro-Wilk test for Normal distribution	W=0.9309 accept Normality (P=0.2255)
Percentiles	95% Confidence interval
25	8.0000 5.1416 to 12.0000
75	16.0000 12.5751 to 24.4336

Variable	Vrijeme
Filter	Vrijeme preživljenja Organ=3 Kolon
Sample size	17
Lowest value	4.0000
Highest value	43.0000
Arithmetic mean	19.5882
95% CI for the mean	15.0471 to 24.1293
Median	19.0000
95% CI for the median	14.0322 to 22.9678
Variance	78.0074
Standard deviation	8.8322
Relative standard deviation	0.4509 (45.09%)
Standard error of the mean	2.1421
Coefficient of Skewness	0.9783 (P=0.0755)
Coefficient of Kurtosis	2.2563 (P=0.0752)
Shapiro-Wilk test for Normal distribution	W=0.9365 accept Normality (P=0.2792)
Percentiles	95% Confidence interval
25	13.7500 7.4248 to 19.0000
75	23.0000 19.0000 to 36.1504

### Jednosmjerna analiza varijance - MedCalc:

Statistics->  
Anova->  
One-way analysis of variance...

Data: Vrijeme  
Factor codes: Organ  
Post-hoc test: Student-Newman-Keuls  
Significance level: 0,05

### Jednosmjerna analiza varijance – MedCalc - rezultati

Data	Vrijeme
Factor codes	Vrijeme preživljenja Organ Zahvaćeni organ
Sample size	47
Levene's test for equality of error variances	
Levene statistic	0.468
DF 1	2
DF 2	44
Significance level	varijance su slične P = 0.629

Source of variation	Sum of Squares	DF	Mean Square
Between groups (influence factor)	471.5317	2	235.7659
Within groups (other fluctuations)	2399.5747	44	54.5358
Total	2871.1064	46	

F-ratio 4.323  
Significance level P = 0.019

Student-Newman-Keuls test for all pairwise comparisons

Factor	n	Mean	SD	Different (P<0.05) from factor nr
(1) 1	13	12.8462	6.5935 (3)	
(2) 2	17	13.1176	6.2738 (3)	
(3) 3	17	19.5882	8.8322 (1)(2)	

najmanje jedna skupina značajno je različita od neke od preostalih

### Izještavanje rezultata

"Vrijeme preživljenja se razlikovalo između skupina ispitanika s obzirom na lokalizaciju karcinoma (ANOVA, P = 0,019). Najdulje vrijeme preživljenja imali su ispitanici s karcinomom kolona (Tablica X)."

Tablica X. Vrijeme preživljenja u skupinama ispitanika s obzirom na lokalizaciju karcinoma

Lokalizacija	Broj ispitanika	Vrijeme preživljenja [Aritmetička sredina (standardna devijacija)]	P*
Želudac	13	12,8 (6,6)	0,019
Bronhiji	17	13,1 (6,3)	
Kolon	17	19,6 (8,8)†	

\* jednosmjerna analiza varijance  
† P < 0,05 u usporedbi sa skupinama ispitanika s karcinomom želuca i bronhija (Student-Newman-Keuls post-hoc test)



## NEPARAMETRIJSKE METODE

razlozi za primjenu:

- distribucije varijabli očigledno nisu normalne
- uzorak je mali, a postoji sumnja na normalnost
- varijable su mjerene ordinalnom skalom

MODEL	PARAMETRIJSKI	NEPARAMETRIJSKI
dva nezavisna uzorka	<i>Studentov t-test</i>	<i>Mann-Whitney U test</i>
dva zavisna uzorka	<i>t-test diferencija</i>	<i>Wilcoxonov test sume rangova</i>
više nezavisnih uzoraka	<i>jednosmjerna analiza varijance</i>	<i>Kruskal - Wallis test</i>
više zavisnih uzoraka	<i>analiza varijance za ponavljana mjerenja</i>	<i>Friedmanov test (Friedmanova dvosmjerna analiza varijance rangova)</i>

## MANN-WHITNEY U TEST (Wilcoxon-Mann-Whitney test)

- testira pripadaju li dva uzorka istoj populaciji (tj. imaju li iste medijane)

MedCalc:

Statistics->

Rank sum tests->

Mann-Whitney test (independent samples)...

## MANN-WHITNEY U TEST – primjer za vježbu

Istraživana je vrijednost Apgar skora za djecu rođenu u bolnici i kod kuće. Vrijednosti Apgar skora bili su:

Djeca rođena u bolnici:

8, 7, 8, 6, 6, 9, 8, 5, 7, 9, 7, 8, 7, 8, 8, 8, 4, 8, 7, 9, 7, 4

Djeca rođena kod kuće:

10, 8, 9, 6, 7, 10, 9, 6, 8, 10, 8, 9, 8, 9, 3, 9, 8

## WILCOXONOV TEST SUME RANGOVA

- testira hipotezu da uzorak pripada populaciji s određenom vrijednosti medijana, tj. da je medijan populacije razlika parova opažanja dvaju uzoraka jednak 0

MedCalc:

Statistics->

Rank sum tests->

Wilcoxon test (paired samples)...

## WILCOXONOV TEST – primjer za vježbu

Dvanaest parova jednojajčanih blizanaca podvrgnuto je psihološkom testiranju agresivnosti s ciljem istraživanja razlika u agresivnosti između prvorođenih i drugorođenih blizanaca. Dobiveni su sljedeći rezultati:

Par	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Prv.	86	71	77	68	91	72	77	91	70	71	88	87
Drug.	88	77	76	64	96	72	65	90	65	80	81	72

### KRUSKAL-WALLIS TEST

- testira pripada li više uzoraka istoj populaciji

**MedCalc:**

**Statistics->**

**Anova->**

**Kruskal-Wallis test...**

### KRUSKAL-WALLIS TEST – primjer za vježbu

Ispitivana je kvaliteta života u tri skupine ispitanika koji dolaze s različitih zemljopisnih područja. Kvaliteta života je ocijenjena vizualnom samoocjenjenskom ljestvicom. Rezultati su kodirani u % skalnog maksimuma.

Skupina 1	80	90	90	80	70	90	90	90	90
Skupina 2	60	60	70	50	70	60	60	70	50
Skupina 3	100	100	90	100	100	90	90	90	

### FRIEDMANOV TEST

(Friedmanova dvosmjerna analiza varijance rangova)

- testira pripada li više zavisnih uzoraka istoj populaciji

**MedCalc:**

**Statistics->**

**Anova->**

**Friedman test...**

### FRIEDMANOV TEST – primjer za vježbu

Dvanaest slučajno izabranih studenata bilo je uključeno u pokus učenja. Svaki student je ispunjavao 4 testa znanja iz istog gradiva, jedan test za drugim. Bodovi na testu bili su (20 najviše moguće):

Student	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Test 1	18	7	13	15	12	11	15	10	14	9	8	10
Test 2	4	6	14	10	11	9	16	8	12	9	6	11
Test 3	16	5	16	12	12	9	10	11	13	9	9	13
Test 4	20	10	17	14	18	16	14	16	15	10	14	16