

Medicinska informatika i statistika vježba 2

**Osnovna pravila računa vjerojatnosti te
primjena teorijskih razdioba.**

ZADATAK 1.

U nekom gradu 30% stanovnika nosi naočale. Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrani stanovnik tog grada ne nosi naočale?

N ... nosi naočale $P(N) = 0.3$

D ... ne nosi naočale

$$P(D) = 1 - P(N) = 1 - 0.3 = 0.7$$

Vjerojatnost da slučajno odabrani stanovnik toga grada ne nosi naočale je 0.7

ZADATAK 2:

U tablici je prikazan broj komplikacija u trudnoći prema godinama školovanja trudnica opažen na uzorku od 161 trudnice.

Školovanje (godine)	Broj komplikacija u trudnoći		
	≥ 2 (K2)	0-1 (K1)	Ukupno
1 - 3 (A)	22	53	75
4 - 8 (B)	9	23	32
9 - 10 (C)	10	27	37
11 i više (D)	5	12	17
Ukupno	46	115	161

- a) Kolika je vjerojatnost da će slučajno odabrana trudnica imati 2 i više komplikacija?
- b) Kolika je vjerojatnost da će slučajno odabrana trudnica imati 2 i više komplikacija i 4 do 8 godina školovanja?
- c) Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrana trudnica ima 11 i više godina školovanja uz uvjet da ima manje od dvije komplikacije?
- d) Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrana trudnica ima dvije i više komplikacija ili manje od 4 godine školovanja ili oboje?

- a) Kolika je vjerojatnost da će slučajno odabrana trudnica imati 2 i više komplikacija?

Školovanje (godine)	Broj komplikacija u trudnoći		
	≥ 2 (K2)	0-1 (K1)	Ukupno
1 - 3 (A)	22	53	75
4 - 8 (B)	9	23	32
9 - 10 (C)	10	27	37
11 i više (D)	5	12	17
Ukupno	46	115	161

$$P(K2) = \frac{46}{161} = 0.286$$

- b) Kolika je vjerojatnost da će slučajno odabrana trudnica imati 2 i više komplikacija i 4 do 8 godina školovanja?

Školovanje (godine)	Broj komplikacija u trudnoći		
	≥ 2 (K2)	0-1 (K1)	Ukupno
1 - 3 (A)	22	53	75
4 - 8 (B)	9	23	32
9 - 10 (C)	10	27	37
11 i više (D)	5	12	17
Ukupno	46	115	161

$$P(K2 \cap B) = \frac{9}{161} = 0.056$$

- c) Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrana trudnica ima 11 i više godina školovanja uz uvjet da ima manje od dvije komplikacije?

Školovanje (godine)	Broj komplikacija u trudnoći		
	≥ 2 (K2)	0-1 (K1)	Ukupno
1 - 3 (A)	22	53	75
4 - 8 (B)	9	23	32
9 - 10 (C)	10	27	37
11 i više (D)	5	12	17
Ukupno	46	115	161

$$P(D|K1) = \frac{P(D \cap K1)}{P(K1)} = \frac{12/161}{115/161} = \frac{12}{115} = 0.104$$

- d) Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrana trudnica ima dvije i više komplikacija ili manje od 4 godine školovanja ili oboje?

Školovanje (godine)	Broj komplikacija u trudnoći		
	≥ 2 (K2)	0-1 (K1)	Ukupno
1 - 3 (A)	22	53	75
4 - 8 (B)	9	23	32
9 - 10 (C)	10	27	37
11 i više (D)	5	12	17
Ukupno	46	115	161

$$P(K2 \cup A) = P(K2) + P(A) - P(K2 \cap A) =$$

$$= \frac{46}{161} + \frac{75}{161} - \frac{22}{161} = \frac{99}{161} = 0.615$$

ZADATAK 3:

U generaciji od 100 učenika od kojih je 60 djevojčica i 40 dječaka, opaženo je da 24 djevojčice i 16 dječaka nosi naočale.

- a) Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrani učenik/ca nosi naočale?
- b) Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrani učenik/ca nosi naočale pod uvjetom da je dječak?
- c) Jesu li događaji “biti dječak” i nositi naočale nezavisni? Zašto?
- d) Kolika je vjerojatnost da je slučajno odabrani učenik/ca dječak i da nosi naočale?

N ... nositi naočale

M ... biti dječak

- a) Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrani učenik/ca nosi naočale?

$$P(N) = \frac{24+16}{100} = \frac{40}{100} = 0.4$$

N ... nositi naočale

M ... biti dječak

- b) Kolika je vjerojatnost da slučajno odabrani učenik/ca nosi naočale pod uvjetom da je dječak?

$$P(N|M) = \frac{P(N \cap M)}{P(M)} = \frac{16/100}{40/100} = \frac{16}{40} = 0.4$$

N ... nositi naočale

M ... biti dječak

- c) Jesu li događaji “biti dječak” i nositi naočale nezavisni? Zašto?

Da, jer je

$$P(N|M) = P(N)$$

N ... nositi naočale

M ... biti dječak

d) Kolika je vjerojatnost da je slučajno odabrani učenik/ca dječak i da nosi naočale?

$$P(N \cap M) = P(N) \cdot P(M) = \frac{40}{100} \cdot \frac{40}{100} = 0.16$$

TEORIJSKE RASPODJELE

- binomna raspodjela
- poissonova raspodjela
- normalna raspodjela
(standardizirana)

ZADATAK 5.

U populaciji odraslih osoba proporcija pušača je 26%. Kolika je vjerojatnost da će u slučajnom uzorku od 20 odraslih biti:

- a) tri pušača,
- b) manje od tri pušača,
- c) tri i više pušača?

$$n = 20$$

$$p = 0.26 \quad q = 0.74$$

$$a) P_a = P(x=3) = ?$$

$$\begin{aligned} P_a = P(3) &= \binom{20}{3} \cdot p^3 \cdot q^{17} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot p^3 \cdot q^{17} = \\ &= 1140 \cdot 0.26^3 \cdot 0.74^{17} = 0.1199 \end{aligned}$$

$$n = 20 \\ 0.74$$

$$p = 0.26$$

$$q =$$

$$P_b = P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2)$$

$$P(0) = \binom{20}{0} p^0 q^{20} = 0.74^{20} = 0.0024$$

$$P(1) = \binom{20}{1} p^1 q^{19} = 20 \cdot 0.26 \cdot 0.74^{19} = 0.0170$$

$$P(2) = \binom{20}{2} p^2 q^{18} = 190 \cdot 0.26^2 \cdot 0.74^{18} = 0.0569$$

$$P_b = P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2) = 0.0763$$

$$n = 20$$

$$p = 0.26$$

$$q = 0.74$$

$$\text{c) } P_c = P(x \geq 3) = ?$$

$$P_c = P(x \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P_b$$

$$P_c = 1 - P_b = 1 - 0.0763 = 0.9237$$

ZADATAK 6.

U nekoj populaciji mjesečno se dijagnosticira u prosjeku 5 novih slučajeva karcinoma. Ako mjesečna incidencija karcinoma u toj populaciji slijedi Poissonovu raspodjelu, kolika je vjerojatnost da u danom mjesecu bude dijagnosticirano:

- a) 7 novih slučajeva
- b) niti jedan novi slučaj?

$$P(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \quad \mu = 5$$

$$\text{a) } P(7) = \frac{5^7 e^{-5}}{7!} = \frac{78125 \cdot 0.0067}{5040} = 0.1039$$

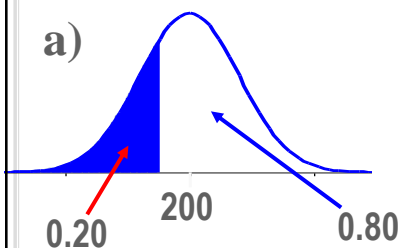
$$\text{b) } P(0) = e^{-\mu} = e^{-5} = 0.0067$$

ZADATAK 7.

Ukupne vrijednosti kolesterola u danoj populaciji su normalno raspodijeljene s aritmetičkom sredinom od 200 mg/100 ml i standardnom devijacijom od 20 mg/ 100 ml.

- Koja je vrijednost kolesterola od koje 80% članova promatrane populacije ima veću vrijednost kolesterola?
- Koji postotak populacije ima vrijednost kolesterola manju od 170 mg/100ml?

$$\bar{x} = 200; \quad s = 20$$



$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

$$P(z_x) = 0.20$$

$$z_x = -0.84$$

$$x = z_x \cdot s + \bar{x}$$

$$x = -0.84 \cdot 20 + 200 = 183.2$$

80% članova populacije ima vrijednost kolesterola veću od 183.2mg/100ml.

