

TESTIRANJE RAZLIKA NUMERIČKIH PODATAKA

- razlike mjerenja neke varijable na dvije ili više skupina ispitanika -> nezavisni uzorci
- razlike dva ili više mjerenja neke varijable na istoj skupini ispitanika ->zavisni uzorci

STUDENTOV T-TEST

(t-test za nezavisne uzorke)

za što se koristi:

- testiranje razlike između dvije nezavisne skupine ispitanika

pod kojim uvjetima:

- varijabla koju testiramo mjerena je najmanje intervalnom skalom
- varijabla koju testiramo ima normalnu razdiobu u promatranim skupinama
- varijance mjerenja varijable koju testiramo u promatranim skupinama su slične (homogenost varijanci)

test statistika:

$$t = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{SE(\bar{x}_A - \bar{x}_B)}$$

ima Studentovu (t)
razdiobu

s $n_A + n_B - 2$ stupnja
slobode

$$SE(\bar{x}_A - \bar{x}_B) = \sqrt{s_{zaj}^2 \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}$$

standardna pogreška
razlike aritmetičkih
sredina

$$s_{zaj}^2 = \frac{(n_A - 1)s_A^2 + (n_B - 1)s_B^2}{(n_A - 1) + (n_B - 1)}$$

zajednička
varijanca

test homogenosti varijanci (F-test):

$$F = \frac{s_A^2}{s_B^2}$$

ima F razdiobu

s n_{A-1} , n_{B-1} stupnjeva slobode

ako koristimo tablice:

- tablice za F sadrže obično samo desnu stranu distribucije \Rightarrow u *brojnik* stavljamo *veću varijancu*

PRIMJER 1

Ispitivan je utjecaj sniženja tjelesne temperature na protrombinsko vrijeme. Izvršena su mjerenja PV na dvije skupine ispitanika. U jednoj skupini bilo je 7 ispitanika normalne temperature (kontrolna skupina). U drugoj skupini bilo je 9 ispitanika sa sniženom temperaturom (eksperimentalna skupina).

Mjerenjem su dobiveni sljedeći rezultati (u sekundama):

kontrolna skupina
(37°C)

7

8

9

6

8

10

8

eksperimentalna skupina
(15°C)

12

9

11

10

8

9

7

7

8

Opis varijabli

protrombinsko vrijeme:

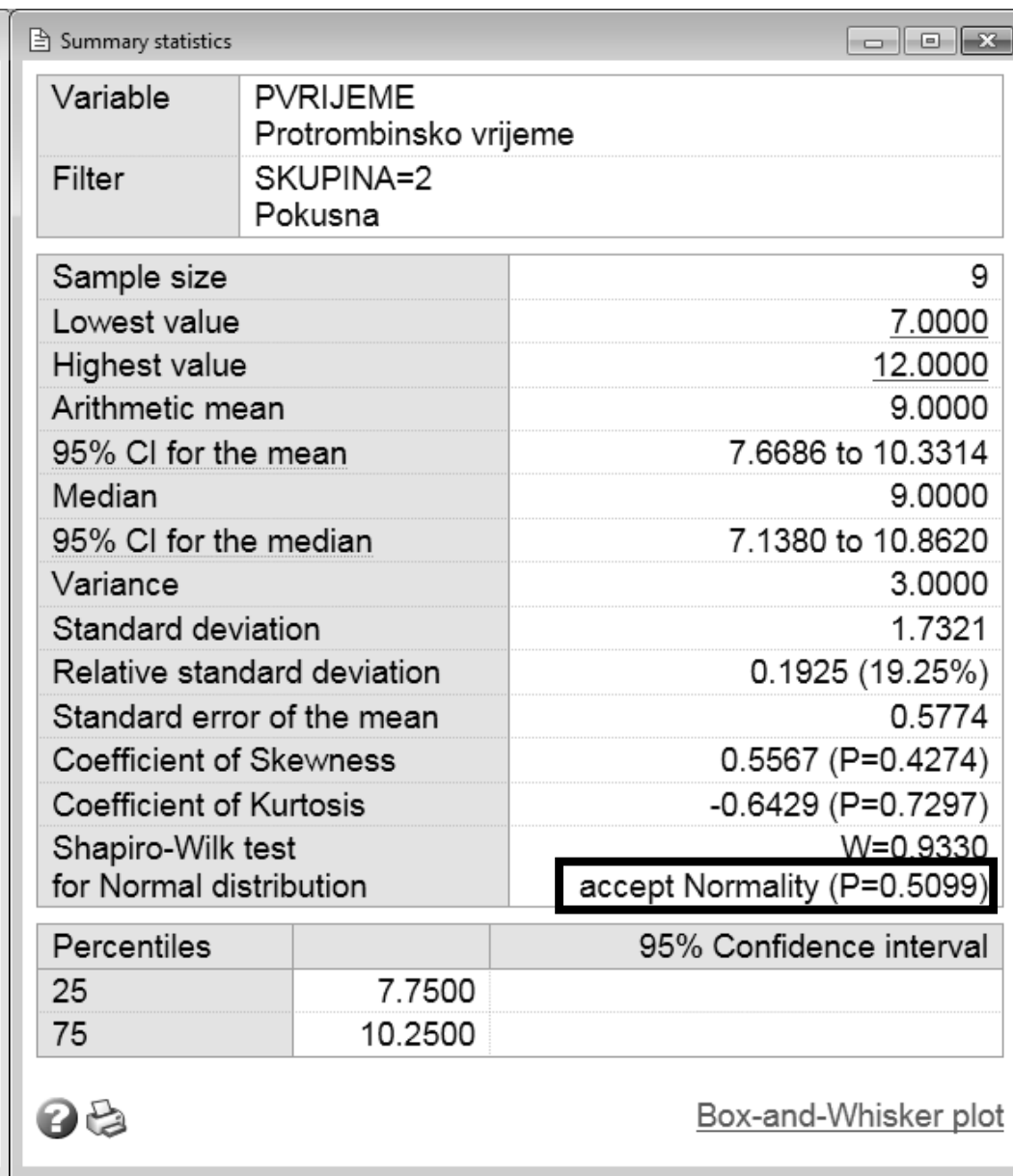
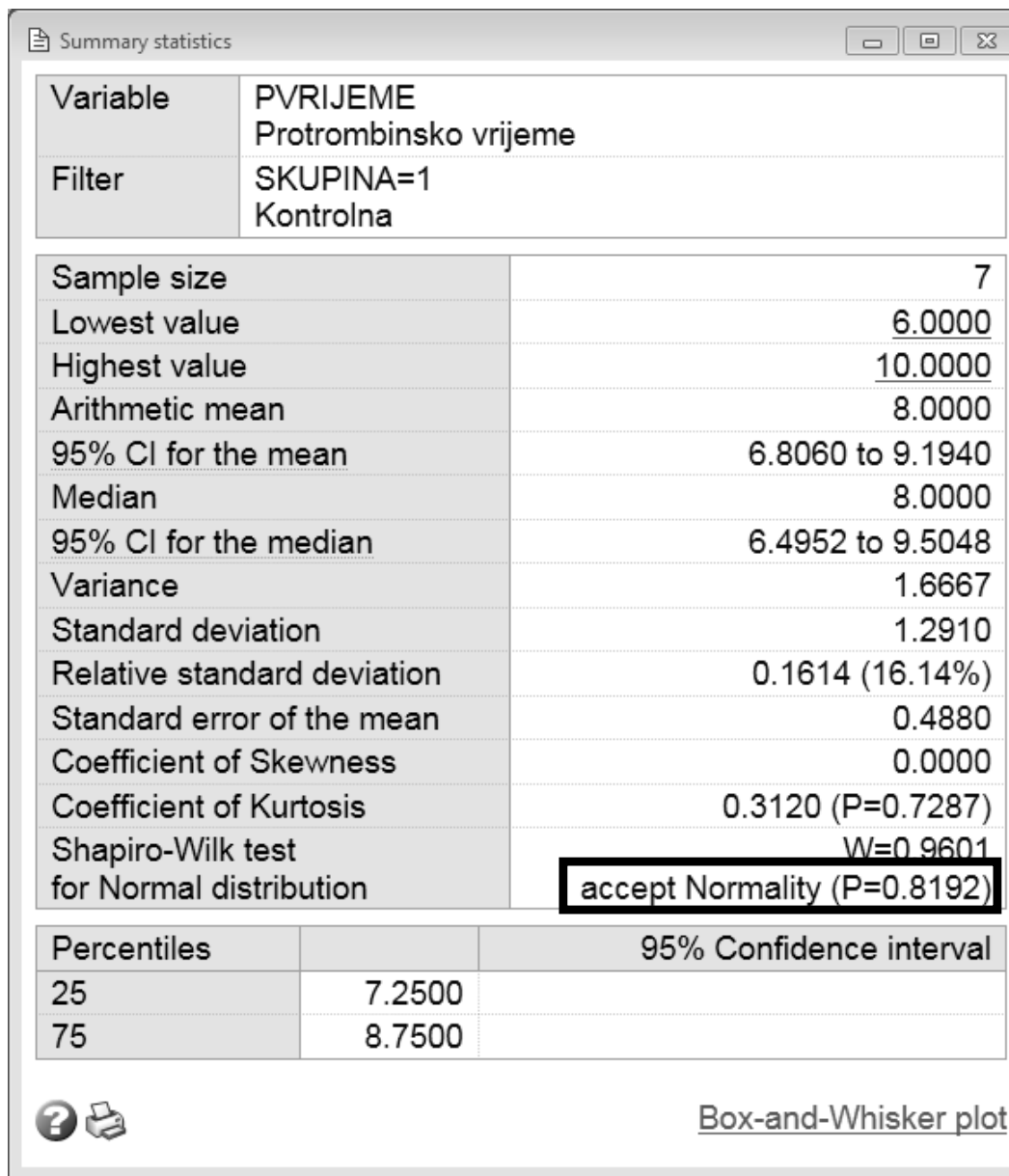
- numerička varijabla, omjerna ljestvica

skupina:

- kategorička varijabla, nominalna ljestvica

- ispitati normalnost raspodjele PV u svakoj skupini
- ispitati mjere sredine, raspršenja i oblika za PV u svakoj skupini

Opis i ispitivanje normalnosti varijabli (MedCalc)



Testiranje razlika-MedCalc

Statistics->T-tests-> Independent samples t-test...

Independent samples t-test

Sample 1
Variable: PVRIJEME
Filter: SKUPINA=1

Sample 2
Variable: PVRIJEME
Filter: SKUPINA=2

Options
 Logarithmic transformation
Correction for unequal variances:
Do both

OK Cancel

T-test - rezultati

Independent samples t-test		
Sample 1		
Variable	PVRIJEME Protrombinsko vrijeme	
Filter	SKUPINA=1 Kontrolna	
Sample 2		
Variable	PVRIJEME Protrombinsko vrijeme	
Filter	SKUPINA=2 Pokusna	
	Sample 1	Sample 2
Sample size	7	9
Arithmetic mean	8.0000	9.0000
95% CI for the mean	6.8060 to 9.1940	7.6686 to 10.3314
Variance	1.6667	3.0000
Standard deviation	1.2910	1.7321
Standard error of the mean	0.4880	0.5774
F- test for equal variances	varijance su slične	P = 0.490

T-test - rezultati

T-test (assuming equal variances)

Difference	1.0000
Standard Error	0.7854
95% CI of difference	-0.6844 to 2.6844
Test statistic t	1.273
Degrees of Freedom (DF)	14
Two-tailed probability	nema razlike P = 0.2236

Welch-test (assuming unequal variances)

Difference	1.0000
Standard Error	0.7559
95% CI of difference	-0.6213 to 2.6213
Test statistic t(d)	1.323
Degrees of Freedom (DF)	14.0
Two-tailed probability	P = 0.2071

Izvještavanje rezultata - u tekstu

"Protrombinsko vrijeme se nije razlikovalo u promatranim skupinama (razlika protrombinskog vremena 1 s, 95% raspon pouzdanosti razlike od -0,7 s do 2,7 s; Studentov t-test, $P=0,224$)."

ili

"Protrombinsko vrijeme se nije razlikovalo u promatranim skupinama (razlika protrombinskog vremena 1 s, 95% raspon pouzdanosti razlike od -0,7 s do 2,7 s; $t=1,273$ s 14 stupnjeva slobode, $P=0,224$)."

Izvještavanje rezultata - u tablici

"Protrombinsko vrijeme se nije razlikovalo u promatranim skupinama (razlika protrombinskog vremena 1 s, 95% raspon pouzdanosti razlike od -0,7 s do 2,7 s; Studentov t-test, $P=0,224$)(Tablica X)."

Tablica X. Protrombinsko vrijeme u skupinama ispitanika s normalnom i sniženom temperaturom

Skupina	Broj ispitanika	Protrombinsko vrijeme				P*
		Aritmetička sredina (standardna devijacija)	Razlika	95% raspon pouzdanosti		
				Od	Do	
Kontrolna (37 °C)	7	8,0 (1,3)	1,0	-0,7	2,7	0,224
Pokusna (15 °C)	9	9,0 (1,7)				

* Studentov t-test

T-TEST DIFERENCIJA

(t-test za zavisne uzorke)

za što se koristi:

- testiranje razlike između dvije zavisne skupine ispitanika (ponavljana mjerenja na istim ispitanicima)

pod kojim uvjetima:

- razlike parova vrijednosti mjerene su najmanje intervalnom skalom
- razlike parova vrijednosti imaju normalnu razdiobu

test statistika:

$$t = \frac{\bar{d} - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{s_d^2}{n}}}$$

ima Studentovu (t)
razdiobu
s $n-1$ stupnjeva slobode

$$\bar{d} = \bar{x}_A - \bar{x}_B$$

srednja
razlika

$$s_d^2 = \frac{\sum_i (d_i - \bar{d})^2}{n-1}$$

varijanca razlike

PRIMJER 2

Ispitivan je utjecaj alkohola na vrijeme reakcije vozača. Izvršeno je mjerenje vremena reakcije 10 vozača na standardne zadatke prije i nakon konzumacije određene količine alkohola.

Mjerenjem su dobiveni sljedeći rezultati:

	prije	poslije
1	.68	.73
2	.64	.66
3	.68	.66
4	.82	.92
5	.58	.68
6	.80	.87
7	.72	.77
8	.65	.70
9	.84	.88
10	.73	.79

Opis varijabli

T1 (prije), T2 (poslije):

- numeričke, omjerna ljestvica

za obje varijable:

- ispitati normalnost raspodjele
- ispitati mjere sredine, raspršenja i oblika

Variable	T1 Vrijeme reakcije PRIJE konzumacije alkohola
----------	---

Sample size	10
Lowest value	<u>0.5800</u>
Highest value	<u>0.8400</u>
Arithmetic mean	0.7140
95% CI for the mean	0.6534 to 0.7746
Median	0.7000
95% CI for the median	0.6447 to 0.8105
Variance	0.007182
Standard deviation	0.08475
Relative standard deviation	0.1187 (11.87%)
Standard error of the mean	0.02680
Coefficient of Skewness	0.1551 (P=0.8150)
Coefficient of Kurtosis	-0.9337 (P=0.4988)
Shapiro-Wilk test for Normal distribution	W=0.9536 accept Normality (P=0.7112)

Percentiles		95% Confidence interval
25	0.6500	
75	0.8000	



Box-and-Whisker plot

Variable	T2 Vrijeme reakcije NAKON konzulacije alkohola	
Sample size	10	
Lowest value	<u>0.6600</u>	
Highest value	<u>0.9200</u>	
Arithmetic mean	0.7660	
95% CI for the mean	0.6970 to 0.8350	
Median	0.7500	
95% CI for the median	0.6695 to 0.8753	
Variance	0.009293	
Standard deviation	0.09640	
Relative standard deviation	0.1259 (12.59%)	
Standard error of the mean	0.03048	
Coefficient of Skewness	0.4527 (P=0.4968)	
Coefficient of Kurtosis	-1.3661 (P=0.2289)	
Shapiro-Wilk test for Normal distribution	W=0.9036 accept Normality (P=0.2401)	
Percentiles		95% Confidence interval
25	0.6800	
75	0.8700	



Box-and-Whisker plot

Variable	Razlika Razlika T2-T1
----------	--------------------------

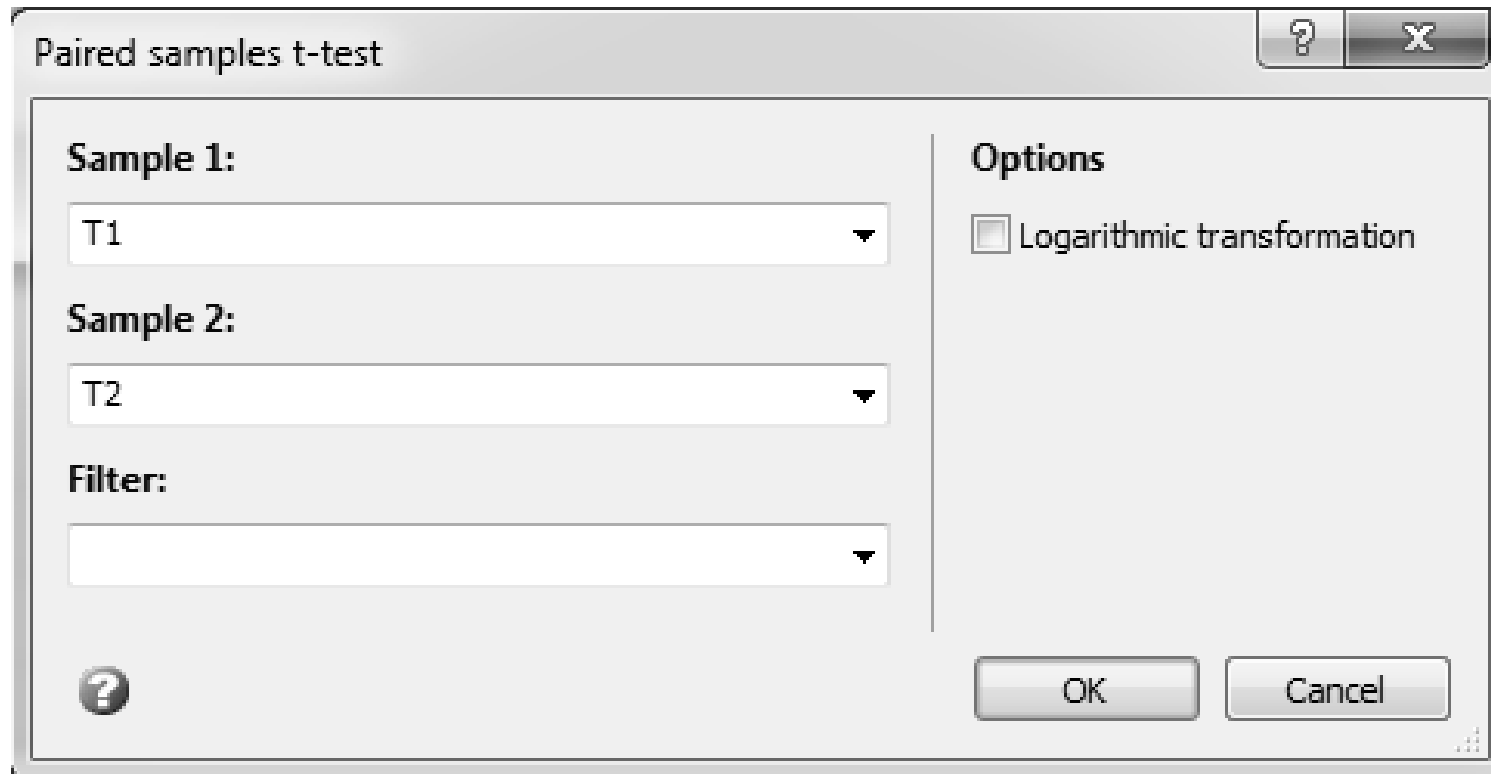
Sample size	10
Lowest value	<u>-0.02000</u>
Highest value	<u>0.10000</u>
Arithmetic mean	0.05200
95% CI for the mean	0.02658 to 0.07742
Median	0.05000
95% CI for the median	0.02950 to 0.08575
Variance	0.001262
Standard deviation	0.03553
Relative standard deviation	0.6832 (68.32%)
Standard error of the mean	0.01123
Coefficient of Skewness	-0.5582 (P=0.4034)
Coefficient of Kurtosis	0.9580 (P=0.3868)
Shapiro-Wilk test for Normal distribution	W=0.9307 accept Normality (P=0.4544)

Percentiles		95% Confidence interval
25	0.04000	
75	0.07000	

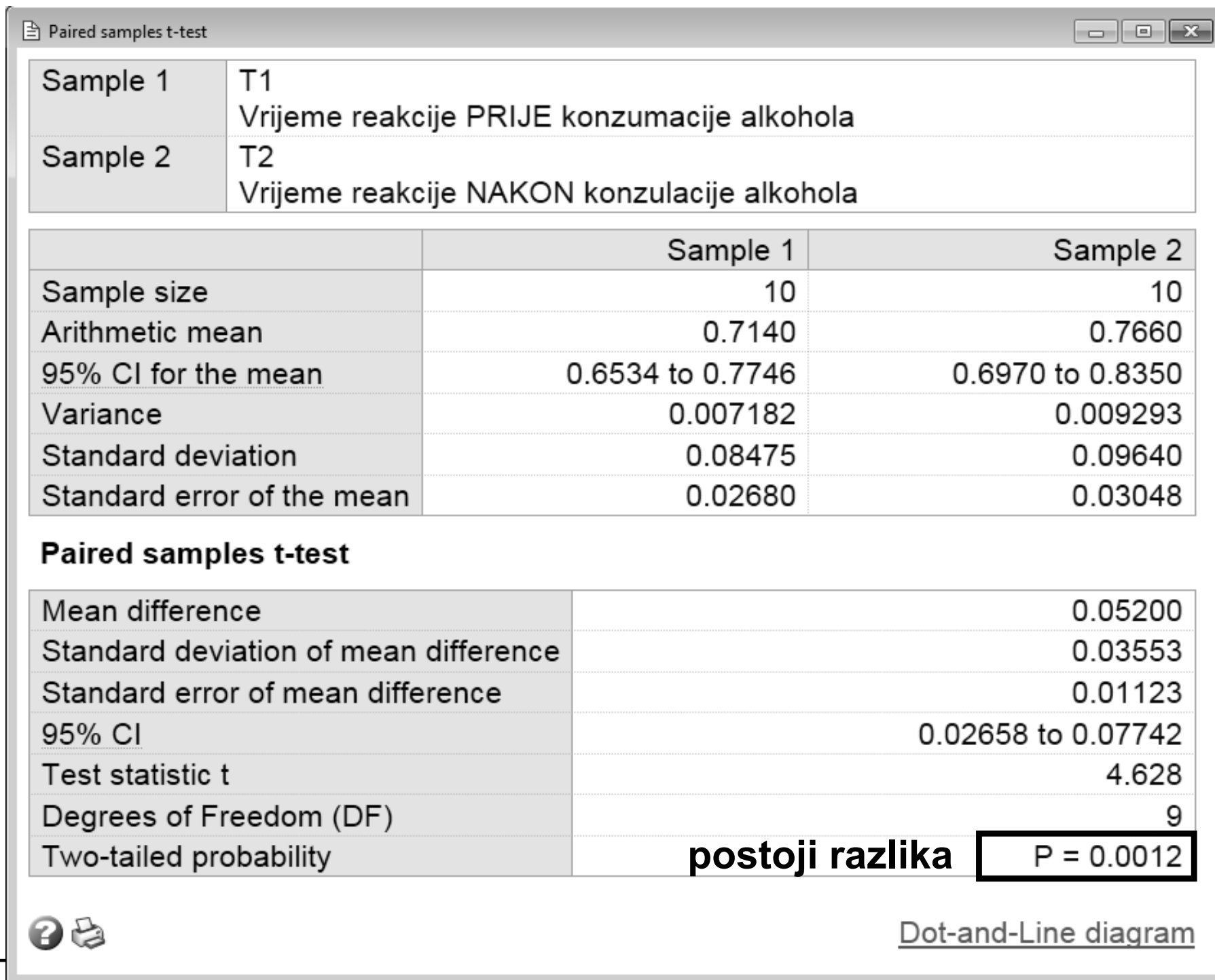

[Box-and-Whisker plot](#)

Testiranje razlika - MedCalc

Statistics->T-tests-> Paired samples t-test...



T-test - rezultati



Izvještavanje rezultata

"Vrijeme reakcije vozača nakon konzumacije alkohola bilo je dulje nego prije konzumacije alkohola (srednja razlika 0,052 s, 95% raspon pouzdanosti razlike od 0,027 s do 0,077 s; t-test za zavisne uzorke, $P=0,001$)."

ili

"Vrijeme reakcije vozača nakon konzumacije alkohola bilo je dulje nego prije konzumacije alkohola (srednja razlika 0,052 s, 95% raspon pouzdanosti razlike od 0,027 s do 0,077 s; $t=4,628$ s 9 stupnjeva slobode, $P=0,001$)."

Izvještavanje rezultata - u tablici

"Vrijeme reakcije vozača nakon konzumacije alkohola bilo je dulje nego prije konzumacije alkohola (srednja razlika 0,052 s, 95% raspon pouzdanosti razlike od 0,027 s do 0,077 s; t-test za zavisne uzorke, $P=0,001$)(Tablica X)."

Tablica X. Vrijeme reakcije vozača prije i nakon konzumacije alkohola (n=10)

	Vrijeme reakcije				P*
	Aritmetička sredina (standardna devijacija)	Razlika	95% raspon pouzdanosti		
			Od	Do	
Prije konzumacije	0,714 (0,085)	0,052	0,027	0,077	0,001
Nakon konzumacije	0,766 (0,096)				

* T-test za zavisne uzorke

JEDNOSMJERNA ANALIZA VARIJANCE (One-way ANOVA)

za što se koristi:

- testiranje razlike između tri i više skupina

faktor

- kategorička varijabla prema kojoj su definirane skupine

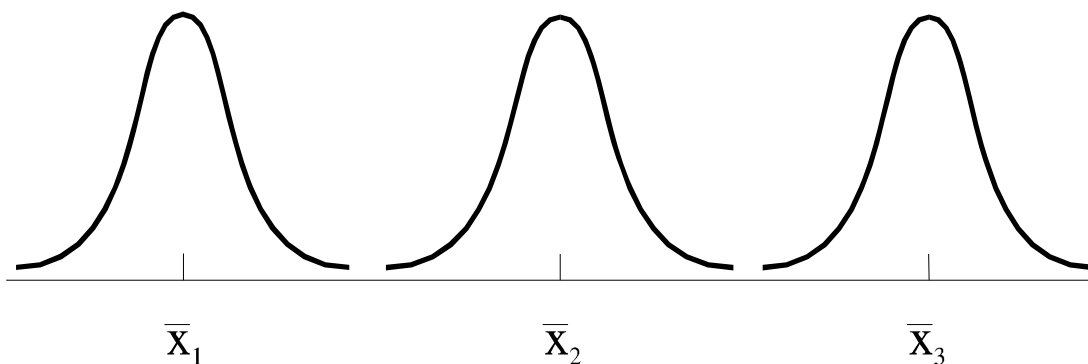
jednosmjerna analiza varijance

- analiza varijance s jednim faktorom

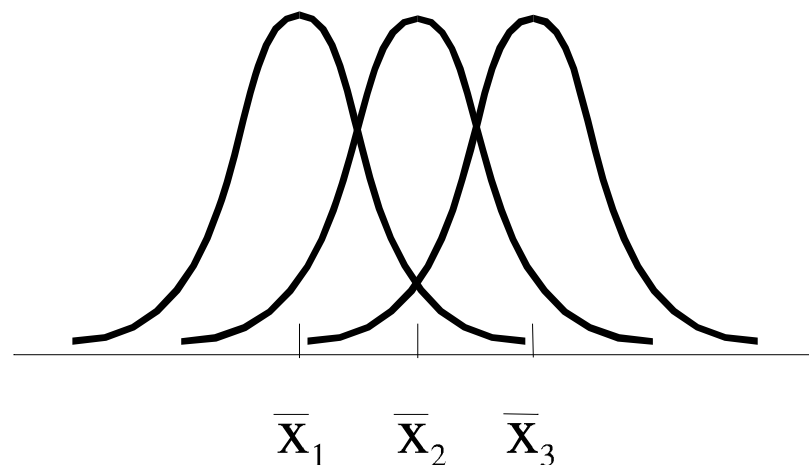
- postupak u kojem donosimo dvije procjene varijance za promatrane grupe (model):
 - procjenu koja odražava *varijabilitet između grupa*
 - procjenu koja odražava *varijabilitet unutar grupa*

OSNOVNA IDEJA:

- utvrditi je li *varijabilitet između grupa* veći od *varijabiliteta unutar grupa*



**VARIJABILITET IZMEĐU
GRUPA VEĆI JE OD
VARIJABILITETA
UNUTAR GRUPA**



**VARIJABILITET UNUTAR
GRUPA VEĆI JE OD
VARIJABILITETA IZMEĐU
GRUPA**

pretpostavke:

- varijabla koju testiramo mjerena je najmanje intervalnom skalom
- varijabla koju testiramo ima normalnu razdiobu u promatranim skupinama
- varijance mjerenja varijable koju testiramo u promatranim skupinama su slične (homogenost varijanci)

test statistika:

$$F = \frac{MS_{\text{tretman}}}{MS_{\text{pogreška}}}$$

procjena koja odražava
varijabilitet **IZMEĐU**
grupa

procjena koja odražava
varijabilitet **UNUTAR**
grupa

- F ima F razdiobu s $k-1$, $N-k$ stupnjeva
slobode

PRIMJER 3

Bolesnici s uznapredovalim stadijem raka želuca, bronhija i kolona tretirani su novim lijekom. Svrha istraživanja je utvrditi je li preživljavanje bolesnika povezano sa zahvaćenim organom. Vrijeme preživljavanja (u mjesecima) dano je u tablici:

želudac	bronhiji	kolon
11	9	16
6	21	19
5	4	14
7	21	43
20	16	13
7	13	23
23	8	23
7	8	21
10	12	20
21	29	19
12	12	31
18	13	28
20	6	19
	15	13
	12	10
	8	4
	16	17

● nezavisne skupine

3 skupine , ali 2 varijable:

vrijeme

organ

1 - želudac

2 - bronhiji

3 - kolon

Opisna statistika i ispitivanje normalnosti - MedCalc:

Statistics-> Summary statistics

za sve:

Variable -> vrijeme

Test for normal distribution-> Shapiro-Wilk test

za želudac: **Filter -> organ=1**

za bronhije: **Filter -> organ=2**

za kolon: **Filter -> organ=3**

Variable	Vrijeme Vrijeme preživljenja
Filter	Organ=1 Želudac

Sample size	13
Lowest value	<u>5.0000</u>
Highest value	<u>23.0000</u>
Arithmetic mean	12.8462
95% CI for the mean	8.8617 to 16.8306
Median	11.0000
95% CI for the median	7.0000 to 20.0000
Variance	43.4744
Standard deviation	6.5935
Relative standard deviation	0.5133 (51.33%)
Standard error of the mean	1.8287
Coefficient of Skewness	0.3521 (P=0.5500)
Coefficient of Kurtosis	-1.6977 (P=0.0301)
Shapiro-Wilk test for Normal distribution	W=0.8702 accept Normality (P=0.0526)

Percentiles		95% Confidence interval
25	7.0000	5.0227 to 10.9782
75	20.0000	11.0218 to 22.9546

Variable	Vrijeme Vrijeme preživljenja
Filter	Organ=2 Bronhiji

Sample size	17
Lowest value	<u>4.0000</u>
Highest value	<u>29.0000</u>
Arithmetic mean	13.1176
95% CI for the mean	9.8920 to 16.3433
Median	12.0000
95% CI for the median	8.0161 to 15.9839
Variance	39.3603
Standard deviation	6.2738
Relative standard deviation	0.4783 (47.83%)
Standard error of the mean	1.5216
Coefficient of Skewness	0.9884 (P=0.0729)
Coefficient of Kurtosis	1.2413 (P=0.2209)
Shapiro-Wilk test for Normal distribution	W=0.9309 accept Normality (P=0.2255)

Percentiles		95% Confidence interval
25	8.0000	5.1416 to 12.0000
75	16.0000	12.5751 to 24.4336

Variable	Vrijeme Vrijeme preživljenja
----------	---------------------------------

Filter	Organ=3 Kolon
--------	------------------

Sample size	17
Lowest value	<u>4.0000</u>
Highest value	<u>43.0000</u>
Arithmetic mean	19.5882
95% CI for the mean	15.0471 to 24.1293
Median	19.0000
95% CI for the median	14.0322 to 22.9678
Variance	78.0074
Standard deviation	8.8322
Relative standard deviation	0.4509 (45.09%)
Standard error of the mean	2.1421
Coefficient of Skewness	0.9783 (P=0.0755)
Coefficient of Kurtosis	2.2563 (P=0.0752)
Shapiro-Wilk test for Normal distribution	W=0.9365 accept Normality (P=0.2792)

Percentiles		95% Confidence interval
25	13.7500	7.4248 to 19.0000
75	23.0000	19.0000 to 36.1504

Jednosmjerna analiza varijance - MedCalc:

Statistics->

Anova->

One-way analysis of variance...

Data: Vrijeme

Factor codes: Organ

Post-hoc test: Student-Newman-Keuls

Significance level: 0,05

One-way analysis of variance (ANOVA) ? X

Data:
Vrijeme

Factor codes:
Organ

Filter:

Options

Logarithmic transformation

Post-hoc test: Student-Newman-Keuls

Significance level: 0.05

? OK Cancel

Data	Vrijeme Vrijeme preživljenja
Factor codes	Organ Zahvaćeni organ

Sample size	47
-------------	----

Levene's test for equality of error variances

Levene statistic	0.468
DF 1	2
DF 2	44
Significance level	varijance su slične P = 0.629

ANOVA

Source of variation	Sum of Squares	DF	Mean Square
Between groups (influence factor)	471.5317	2	235.7659
Within groups (other fluctuations)	2399.5747	44	54.5358
Total	2871.1064	46	

F-ratio	4.323
Significance level	P = 0.019

Student-Newman-Keuls test for all pairwise comparisons

Factor	n	Mean	SD	Different (P<0.05) from factor nr
(1) 1	13	12.8462	6.5935	(3)
(2) 2	17	13.1176	6.2738	(3)
(3) 3	17	19.5882	8.8322	(1)(2)

najmanje jedna skupina značajno je različita od neke od preostalih

Izvještavanje rezultata

"Vrijeme preživljenja se razlikovalo između skupina ispitanika s obzirom na lokalizaciju karcinoma (ANOVA, $P=0,019$). Najdulje vrijeme preživljenja imali su ispitanici s karcinomom kolona (Tablica X)."

Tablica X. Vrijeme preživljenja u skupinama ispitanika s obzirom na lokalizaciju karcinoma

Lokalizacija	Broj ispitanika	Vrijeme preživljenja [Aritmetička sredina (standardna devijacija)]	P*
Želudac	13	12,8 (6,6)	0,019
Bronhiji	17	13,1 (6,3)	
Kolon	17	19,6 (8,8) [†]	

* jednosmjerna analiza varijance

† $P < 0,05$ u usporedbi sa skupinama ispitanika s karcinomom želuca i bronhija (Student-Newman-Keuls post-hoc test)

NEPARAMETRIJSKE METODE

razlozi za primjenu:

- *distribucije varijabli očigledno nisu normalne*
- *uzorak je mali, a postoji sumnja na normalnost*
- *varijable su mjerene ordinalnom skalom*

MODEL	PARAMETRIJSKI	NEPARAMETRIJSKI
dva nezavisna uzorka	<i>Studentov t - test</i>	<i>Mann-Whitney U test</i>
dva zavisna uzorka	<i>t-test diferencija</i>	<i>Wilcoxonov test sume rangova</i>
više nezavisnih uzoraka	<i>jednosmjerna analiza varijance</i>	<i>Kruskal - Wallis test</i>
više zavisnih uzoraka	<i>analiza varijance za ponavljana mjerenja</i>	<i>Friedmanov test (Friedmanova dvosmjerna analiza varijance rangova)</i>

MANN-WHITNEY U TEST

(Wilcoxon-Mann-Whitney test)

- testira pripadaju li dva uzorka istoj populaciji (tj. imaju li iste medijane)
- npr:

Slučajni uzorak $n_1=7$ iz populacije X dao je sljedeća opažanja:

3.7; -1.1; 2.6; 2.3; 4.1; 0.8; 3.9

a slučajni uzorak $n_2=5$ iz populacije Y opažanja:

4.6; 4; 5.3; 4.4; 3

Pripadaju li ovi uzorci istoj populaciji?

WILCOXONOV TEST SUME RANGOVA

- testira hipotezu da uzorak pripada populaciji s određenom vrijednosti medijana, tj. da je medijan populacije razlika parova opažanja dvaju uzoraka jednak 0

Dvanaest parova jednojajčanih blizanaca podvrgnuto je psihološkom testiranju agresivnosti s ciljem istraživanja razlika u agresivnosti između prvorođenih i drugorođenih blizanaca. Dobiveni su sljedeći rezultati:

Par	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Prv.	86	71	77	68	91	72	77	91	70	71	88	87
Drug.	88	77	76	64	96	72	65	90	65	80	81	72

KRUSKAL-WALLIS TEST

- testira pripada li više uzoraka istoj populaciji
- npr:

Ispitivana je kvaliteta života u tri skupine ispitanika koji dolaze s različitih zemljopisnih područja. Kvaliteta života je ocijenjena vizualnom samoocjenskom ljestvicom. Rezultati su kodirani u % skalnog maksimuma.

Skupina 1	80	90	90	80	70	90	90	90	90
Skupina 2	60	60	70	50	70	60	60	70	50
Skupina 3	100	100	90	100	100	90	90	90	

FRIEDMANOV TEST

(Friedmanova dvosmjerna analiza varijance rangova)

- testira pripada li više zavisnih uzoraka istoj populaciji

Dvanaest slučajno izabranih studenata bilo je uključeno u pokus učenja. Svaki student je ispunjavao 4 testa znanja iz istog gradiva, jedan test za drugim. Bodovi na testu bili su (20 najviše moguće):

Student	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Test 1	18	7	13	15	12	11	15	10	14	9	8	10
Test 2	4	6	14	10	11	9	16	8	12	9	6	11
Test 3	16	5	16	12	12	9	10	11	13	9	9	13
Test 4	20	10	17	14	18	16	14	16	15	10	14	16